

INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI**CONCURSUL
DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"****ETAPA JUDEȚEANĂ
18 martie 2017**FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL**Filiera Teoretică : profilul Real -Științe ale Naturii****XI. OSZTÁLY****1. Feladat**Legyen $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$, $a, b \in \mathbb{R}$.a) Számítsd ki a $\det(A^2)$ értékét!b) Bizonyítsd be, hogy $A^n = \begin{pmatrix} \frac{(a+b)^n + (a-b)^n}{2} & \frac{(a+b)^n - (a-b)^n}{2} \\ \frac{(a+b)^n - (a-b)^n}{2} & \frac{(a+b)^n + (a-b)^n}{2} \end{pmatrix}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ c) Oldd meg az $\mathcal{M}_{(2,2)}(\mathbb{R})$ halmazon az $X^{2017} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ egyenletet! (Esetleg felhasználva azt, hogy $X \cdot X^{2017} = X^{2017} \cdot X$)**2. Feladat**Legyen \mathcal{M} , az összes olyan három sort és három oszlopot tartalmazó mátrixok halmaza, amelyeknek elemei a $\{-1,1\}$ halmazból vannak.

- Határozd meg az \mathcal{M} halmaz elemeinek számát!
- Ha $A \in \mathcal{M}$, bizonyítsd be, hogy $4/\det A$.
- Ha $A \in \mathcal{M}$, igazold, hogy $\det A \in \{-4, 0, 4\}$.
- Bizonyítsd be, hogy $\forall A \in \mathcal{M}$ esetén az A^{2017} mátrix minden eleme nullától különböző!

3. Feladat

Egy szigeten 12 kaméleon él. Egy adott pillanatban három közülük piros, négy sárga, a többi öt pedig zöld színű. Tudjuk, hogy ha két különböző színű kaméleon találkozik, mindkettő a harmadik színre vált, másképp nem változtatják színüket.

Bizonyítsd be, hogy:

- Lehetséges, hogy egy adott pillanatban egyetlen kaméleon sem lesz zöld színű!
- Lehetetlen, hogy egy adott pillanatban az összes kaméleon zöld színű legyen!

4. FeladatLegyen $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ egy függvény, amelyre $|f(x) - x^2| \leq 2|x|$; $\forall x \in \mathbb{R}$.

- Mutasd ki, hogy $f(0) = 0$.
- Adj példát egy olyan függvényre, amelyre teljesül a kijelentésben szereplő egyenlőtlenség!
- Igazold, hogy az f függvény folytonos az origóban!

Megjegyzés: Munkaidő 4 óra; Minden feladat kötelező; Minden feladatot 0-tól 7 -ig pontoznak.