



CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

ETAPA JUDEȚEANĂ
18 martie 2017

FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera Teoretică : profilul Real -Științe ale Naturii

CLASA A X-A

Problema 1.

Se dau numerele reale $x, y, z \in (0, +\infty)$. Demonstrați că au loc inegalitățile:

a) $\sqrt[3]{(2x+y)(2y+z)(2z+x)} \leq x+y+z.$

b) $\sqrt[3]{(2x+y)(x+2y)(2y+z)(y+2z)(2z+x)(z+2x)} \leq (x+y+z)^2.$

Problema 2.

Fie $a, b, c \in \mathbb{C}^*$, cu $|a| = |b| = |c|$. Demonstrați că ecuația $az^2 + bz + c = 0$ are cel puțin o rădăcină de modul 1 dacă și numai dacă $b^2 = ac$.

Problema 3.

Rezolvați ecuația $\left[\frac{x-1}{2} - \left[\frac{x}{2} \right] \right] = \lg x.$

Problema 4.

Avem la dispoziție un număr $n \geq 2000$ de saci goi. Alegem 10 dintre aceștia.

În unii dintre cei 10 saci aleși s-au pus câte 9 saci goi, apoi în unii dintre toți sacii goi s-au pus câte 9 saci goi, etc. După câteva operații de acest fel numărul sacilor care nu sunt goi este 223. Care este numărul total de saci pe care îi avem la dispoziție?

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.