

INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI**CONCURSUL
DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"****ETAPA JUDEȚEANĂ
18 martie 2017**FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL**Filiera Teoretică : profilul Real -Științe ale Naturii****Clasa a XI -a****Problema 1.**Fie $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$, $a, b \in \mathbb{R}$ a) Calculați $\det(A^2)$.b) Demonstrați că $A^n = \begin{pmatrix} \frac{(a+b)^n + (a-b)^n}{2} & \frac{(a+b)^n - (a-b)^n}{2} \\ \frac{(a+b)^n - (a-b)^n}{2} & \frac{(a+b)^n + (a-b)^n}{2} \end{pmatrix}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ c) Rezolvați în $\mathcal{M}_{(2,2)}(\mathbb{R})$ ecuația $X^{2017} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$. (Eventual folosiți faptul că $X \cdot X^{2017} = X^{2017} \cdot X$)**Problema 2.**Considerăm mulțimea \mathcal{M} formată din toate matricele cu trei linii și trei coloane și care au elemente din mulțimea $\{-1, 1\}$.

- Aflați cardinalul mulțimii \mathcal{M} .
- Dacă $A \in \mathcal{M}$, demonstrați că $4 / \det A$.
- Dacă $A \in \mathcal{M}$, argumentați că $\det A \in \{-4, 0, 4\}$.
- Demonstrați că $\forall A \in \mathcal{M}$, matricea A^{2017} are toate elementele nenule.

Problema 3

Pe o insulă trăiesc 12 cameleoni. La un moment dat trei dintre ei au culoarea roșie, patru au culoarea galbenă, iar ceilalți cinci au culoarea verde. Se știe că, dacă se întâlnesc doi cameleoni de culori diferite atunci ambii își schimbă culoarea în cea de-a treia culoare, în rest ei nu își schimbă culoarea.

Demonstrați că:

- Este posibil ca la un moment dat, nici un cameleon să nu aibă culoarea verde.
- Nu este posibil ca, la un moment dat, toți cameleonii să aibă culoarea verde.

Problema 4.Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție astfel încât $|f(x) - x^2| \leq 2|x|$; $\forall x \in \mathbb{R}$

- Arătați că $f(0) = 0$.
- Dați un exemplu de funcție care să îndeplinească inegalitatea din enunț.
- Justificați continuitatea funcției f în origine.

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.