



CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"



ETAPA JUDEȚEANĂ
18 martie 2017

INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera Tehnologică : profilul Tehnic

X . OSZTÁLY

1. Feladat

Adottak az x és y számok, amelyekre $2^x = 3$ és $3^y = 4$.

- Igazold, hogy $x \cdot y = 2$;
- Igazold, hogy $x \in \left(\frac{3}{2}, \infty\right)$;
- Igazold, hogy $y \in \left(-\infty, \frac{3}{2}\right)$ és következtess arra, hogy $x > y$.

2. Feladat

- Ellenőrizd a következő egyenlőséget: $a + a^2 + a^3 - 3 = (a-1)(a^2 + 2a + 3)$, $\forall a \in \mathbb{R}$;
- Oldd meg \mathbf{R} -ben a $2^x + 4^x + 8^x = 3$ egyenletet!
- Oldd meg a $4 \log_2 x + 8 \log_4^2 x + 27 \log_8^3 x = 24$, $x \in (0, \infty)$ egyenletet!

3. Feladat

Adott a $z = 1 + i\sqrt{3} + m(-1 + i\sqrt{3})$ komplex szám, ahol $m \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

- Igazold, hogy $|z| = 2\sqrt{m^2 + m + 1}$;
- Határozd meg azt az m értéket, amelyre a z modulusa minimális;
- Ha $z^3 \in \mathbb{R}$, igazold, hogy $z^3 = -8$.

4. Feladat

Két testvér együttes tulajdona az $ABCD$ trapéz alakú telek. Elhatározták, hogy két egyenlő területre osztják a telket, és elválasztják a két részt az MN kerítéssel.

- Igazold, hogy az M és N pontok az alapok felezőpontjaiként választhatók!
- Az M és N pontok más helyen is lehetnek az alapokon? Indokold meg válaszodat!

Megjegyzés: Munkaidő 4 óra; Minden feladat kötelező; Minden feladatot 0-tól 7-ig pontoznak.