MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "*ADOLF HAIMOVICI*"

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN IAŞI

ETAPA JUDEȚEANĂ
18 martie 2017

FACULTATEA CONSTRUCŢII DE MAŞINI ŞI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera Tehnologică : profilul Tehnic

Clasa a X –a

Problema 1.

Se consideră numerele reale x şi y astfel încât $2^x = 3$ şi $3^y = 4$.

a) Demonstrați că $x \cdot y = 2$;

b) Demonstraţi că $x \in \left(\frac{3}{2}, \infty\right)$;

c) Demonstraţi că $y \in \left(-\infty, \frac{3}{2}\right)$ şi deduceţi că $x > y$.

Problema 2.

a) Verificaţi egalitatea $a + a^2 + a^3 - 3 = (a-1)(a^2 + 2a + 3), \ \forall a \in \mathbb{R}$;

b) Rezolvaţi în R ecuaţia $2^x + 4^x + 8^x = 3$;

c) Să se rezolve ecuaţia $4\log_2 x + 8\log^2{}_4 x + 27\log_8^3 x = 24, \ x \in (0, \infty)$.

Problema 3.

Se consideră numărul complex $z = 1 + i\sqrt{3} + m\left(-1 + i\sqrt{3}\right)$, unde $m \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

a) Demonstraţi că $|z| = 2\sqrt{m^2 + m + 1}$;

b) Să se determine m astfel încât modulul numărului z să fie minim;

c) Dacă $z^3 \in \mathbb{R}$, demonstraţi că $z^3 = -8$.

Problema 4.

Doi fraţi au în proprietate comună un teren în forma trapezului *ABCD*. Ei hotărasc să împartă terenul în două părţi cu aceeaşi suprafaţă şi să le separe printr-un gard *MN*.

a) Justificaţi dacă punctele *M* şi *N* pot fi alese ca mijloace ale bazelor trapezului.

b) Justificaţi dacă punctele *M* şi *N* pot fi dispuse în altă poziţie pe cele doua baze?

Notă: *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*