MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA JUDEȚEANĂ
18 martie 2017

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN IAȘI

FACULTATEA CONSTRUCȚII DE MAȘINI ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera Tehnologică : profilul Tehnic

Clasa a XI –a

Problema 1.

Să se calculeze:

a) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt[5]{1+2x}-1}{3x}$; b) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{2x}-(1+x)^2}{x}$.

Problema 2.

O echipă de cercetători constată că starea calorică a unei anumite substanțe se modifică în timp după legea: $T(t)=\sqrt{t^2+at+b}-ct+5$, unde $a,b,c\in\mathbf{R}$ sunt constante ce trebuie determinate și în care $T(t)$ este temperatura, măsurată în grade, înregistrată la momentul $t\geq 0$ ce reprezintă numărul de secunde scurs de la începutul experimentului.

a) Determinați $a,b,c\in\mathbf{R}$ știind că $T(1)=7$ și $\lim\limits_{t\to\infty}T(t)=8$.

b) Cu a,b,c astfel determinați, stabiliți dacă este posibil ca la un moment al experimentului temperatura substanței să fie 0°.

Problema 3.

Fie matricea $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 1 & 2 & 3\\ 1 & 2 & 3\end{pmatrix}$, $A\in M_3(R)$.

a) Demonstrați că $A^2=6A$.

b) Determinați $a\in R$ astfel încât matricea $Y=aA-I_3$ să fie inversa matricei $X=A-I_3$.

c) Demonstrați că $I_3+A+A^2+A^3\ldots+A^{2017}=\frac{6^{2018}-5\cdot 6^{2017}-1}{5}\cdot A+I_3$.

Problema 4.

Se dă matricea $A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ -2 & \sqrt{3}\end{pmatrix}\in M_2(R)$

Demonstrați că

a) $\det(A-xI_2)>0,\ \forall x\in\mathbf{R}$;

b) $\det(A+I_2)+\det(A-I_2)\in\mathbb{N}$;

c) Ecuația $X\cdot A-A\cdot X=A$ nu are soluții în $M_2(R)$.

Notă: *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*