

INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI**CONCURSUL
DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"****ETAPA JUDEȚEANĂ
18 martie 2017**FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera Tehnologică : profilul Tehnic

XII. OSZTÁLY**1. Feladat**

- a) Határozd meg azt az $f: (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ függvényt, amelynek van primitív függvénye, $f(1) = 1$, és $\int f(x) dx = -x^2 f(x) + C$, $C \in \mathbb{R}$.
- b) Számítsd ki az $I(x) = \int \frac{\cos x - \sin x}{e^{-x} + \cos x} dx$, $x < 0$ integrált!

2. FeladatAdott a következő függvény $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{e^{2x}}{e + e^{2x}}$.

- a) Igazold, hogy $f(x) + f(1-x) = 1$, $(\forall)x \in \mathbf{R}$ esetén!
- b) Határozd meg az f függvénynek azt az F primitív függvényét, amelyre $F(0) = 0$.
- c) Számítsd ki az $I = \int_0^1 f(x) \sin(\pi x) dx$ integrált!

3. Feladat

A valós számok halmazán értelmezzük a "o" műveletet a következőképpen:

$$x \circ y = 4(x+1)(y+1) - 1, \quad \forall x, y \in \mathbf{R}.$$

- a) Igazold, hogy a művelet asszociatív, és határozd meg a semleges elemét!
- b) Számítsd ki: $-\frac{2017}{1008} \circ \left(-\frac{2016}{1008}\right) \circ \dots \circ \left(-\frac{1}{1008}\right)$.
- c) Határozd meg azokat az x valós számokat, amelyek egyenlőek a "o" műveletre vonatkozó szimmetrikusukkal!

4. Feladat

A valós számok halmazán értelmezzük a "*" műveletet a következőképpen

$$x * y = \sqrt[3]{xy}, \quad (\forall)x, y \in \mathbf{R}.$$

- a) Igazold, hogy a "*" művelet nem asszociatív!
- b) Adott a $H = \{-1, 0, 1\}$ halmaz. Igazold, hogy H zárt részhalmaza \mathbf{R} -nek a "*" műveletre vonatkozóan, és a "*" művelet által a H -ban indukált művelet asszociatív!