



**CONCURSUL
DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"**



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

**ETAPA JUDEȚEANĂ
18 martie 2017**

FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera Tehnologică : profilul Tehnic

Clasa a XII-a

Problema 1.

- a) Să se determine funcția $f: (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ care admite primitive astfel încât $f(1) = 1$ și

$$\int f(x) dx = -x^2 f(x) + C, \quad C \in \mathbb{R}.$$

- b) Să se calculeze integrala $I(x) = \int \frac{\cos x - \sin x}{e^{-x} + \cos x} dx, \quad x < 0.$

Problema 2.

Se dă funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \frac{e^{2x}}{e + e^{2x}}$. Se cere:

- a) Demonstrați că $f(x) + f(1-x) = 1, (\forall)x \in \mathbf{R}.$
b) Determinați primitiva F a funcției f pentru care $F(0) = 0.$
c) Calculați $I = \int_0^1 f(x) \sin(\pi x) dx.$

Problema 3.

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție "o" prin
 $x \circ y = 4(x+1)(y+1) - 1, \quad \forall x, y \in \mathbf{R}.$

- a) Demonstrați că legea de compoziție este asociativă și determinați elementul neutru.
b) Calculați $-\frac{2017}{1008} \circ \left(-\frac{2016}{1008}\right) \circ \dots \circ \left(-\frac{1}{1008}\right).$
c) Determinați numerele reale x care sunt egale cu simetricile lor față de legea "o".

Problema 4.

Pe mulțimea numerelor reale definim legea de compoziție "*" prin $x * y = \sqrt[3]{xy}, (\forall)x, y \in \mathbf{R}.$

- a) Demonstrați că legea "*" nu este asociativă.
b) Fie $H = \{-1, 0, 1\}$. Demonstrați că H este parte stabilă a lui \mathbf{R} în raport cu legea "*" și că operația indusă de "*" pe H este asociativă.