MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN IAŞI

CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

ETAPA JUDEȚEANĂ
18 martie 2017

FACULTATEA CONSTRUCŢII DE MAŞINI ŞI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera Tehnologică : profilul Tehnic

IX. OSZTÁLY

1. Feladat

Adott az $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R},\ f(x)=x^2+mx+2017,\ m\in\mathbf{R}$ függvény.

a) Határozd meg az m azon értékét, amelyre $f(-1),\ f(1)$ és $f(2)$ egy számtani haladvány egymás utáni tagjai!

b) Ha $f(1)=f(4)$, igazold, hogy $f(2)=f(3)$.

c) Ha m egy páratlan egész szám, igazold, hogy az $f(x)=0$ egyenletnek nincs egész gyöke!

2. Feladat

Adott az ABC háromszög és az M, N és P pontok úgy, hogy $\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{MC},\ \overrightarrow{AN}=2\overrightarrow{NC},\ \overrightarrow{AP}=3\overrightarrow{PB}$ és Q a $[PM]$ szakasz felezőpontja.

a) Igazold, hogy $\overrightarrow{BN}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$ és $\overrightarrow{BQ}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$.

b) Igazold, hogy a B, Q, N pontok kollineárisak!

c) Számítsd ki a $\frac{BQ}{QN}$ arány értékét!

3. Feladat

a) $q\in\mathbb{R}$ esetén tekintsük az $a=q^2-q+1$ és $b=q^2+q+1$ számokat. Igazold, hogy $a\cdot b\geq 1$, bármely $q\in\mathbb{R}$ esetén!

b) Határozd meg annak a pozitív tagú $(b_n)_{n\geq 1}$ növekvő mértani haladványnak az első tagját és állandó hányadosát, amelyben $b_1+b_2+b_3=7$ és $b_1^2+b_2^2+b_3^2=21$ (alkalmazd esetleg az előző alpontban kapott azonosságot)!

4. Feladat

Négy, A, B, C, D személy, egy munka elvégzéséért együtt 2017 lejt kapott. Tudjuk, hogy A kapta a legtöbbet, mindannyian 100 lejnél nagyobb összeget kaptak, és A meg D együtt 537 lejjel kevesebbet kapott, mint B és C együtt. Határozd meg, hogy mennyi pénzt kapott A! (A kapott összegek természetes számok.)

Megjegyzés: *Munkaidő 4 óra; Minden feladat kötelező; Minden feladatot 0-tól 7 -ig pontoznak .*