MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN IAŞI

FACULTATEA CONSTRUCȚII DE MAŞINI ŞI MANAGEMENT INDUSTRIAL

CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

ETAPA JUDEȚEANĂ
18 martie 2017

Filiera Teoretică : profilul Uman-Ştiințe Sociale

XII. osztály

1. Feladat

Adott az $A(x)=\begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & x \end{pmatrix}$ mátrix, ahol *x* valós szám.

a) Számítsd ki $\det(A(-1))$ értékét!

b) Határozd meg az *x* valós számot, amelyre $A(x)\cdot A(-x)=I_2$, ahol $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

c) Számítsd ki a $\det(A(1)+A(2)+...+A(n))$ értékét!

2. Feladat

Adottak a $B=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $I_3=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ és $A=aI_3+bB+cB^2$ mátrixok, ahol *a, b, c* valós számok.

a) Számítsd ki a B^2 és B^3 mátrixokat!

b) Igazold, hogy $(a+b+c)\det(A)\geq 0$, bármely *a, b, c* valós számok esetén!

3. Feladat

Tetszőleges *n* egész számra adottak az $A_n(3n+1,\, 1-3n)$ és $B_n(2n-1,\, 4n-3)$ pontok.

a) Határozd meg az $A_0A_1B_2$ háromszög területét!

b) Igazold, hogy léteznek *k, l* egész számok úgy, hogy $A_k=B_l$.

4. Feladat

Alin és Dani a következő játékot játsszák, Alin választ egy *a* számot, majd Dani egy *x* számot. Ezután Alin választ egy *b* számot, majd Dani egy *y* számot. Legyen az $M=\begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 0 & b & x \\ y & 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix, ahol *a, b, x, y* valós számok.

Az ilyen típusú mátrixokat, amelyek determinánsa 1, szerencsés mátrixoknak nevezzük. Ebben az esetben Alin nyeri a játékot.

a) Ki nyeri a játékot, ha *a* = 1, *b* = -1, *x* = 0, *y* = -1?

b) Legyen $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ y & 0 & 1 \end{pmatrix}$, ahol *y* valós szám. Igazold, hogy *A* egy szerencsés mátrix!

c) Határozd meg az *a* és *b* számokat, amelyek esetén Alin biztos nyertes, függetlenül Dani választásától!

Megjegyzés: *Munkaidő 4 óra; Minden feladat kötelező; Minden feladat 0-tól 7-ig van pontozva.*