MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN IAȘI

ETAPA JUDEȚEANĂ
18 martie 2017

FACULTATEA CONSTRUCȚII DE MAȘINI ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Filiera Teoretică : profilul Uman-Științe Sociale

Clasa a XII–a

Problema 1.

Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & x \end{pmatrix}$, unde *x* este număr real.

a) Calculați $\det(A(-1))$.

b) Determinați numărul real *x* pentru care $A(x)\cdot A(-x)=I_2$, unde $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

c) Calculați $\det(A(1)+A(2)+...+A(n))$.

Problema 2.

Se consideră matricele $B=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $I_3=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A=aI_3+bB+cB^2$, unde *a, b, c* sunt numere reale.

a) Să se calculeze B^2 și B^3.

b) Să se demonstreze că $(a+b+c)\det(A)\geq 0$, pentru orice *a, b, c* numere reale.

Problema 3.

Pentru orice *n* număr întreg se consideră punctele $A_n(3n+1,\ 1-3n)$ și $B_n(2n-1,\ 4n-3)$.

a) Determinați aria triunghiului $A_0A_1B_2$.

b) Demonstrați că există *k, l* numere întregi astfel încât $A_k=B_l$.

Problema 4

Alin și Dan joacă următorul joc. Alin alege un număr *a*, apoi Dan alege un număr *x*. După aceasta, Alin alege un număr *b* și apoi Dan alege un număr *y*. Formăm matricea $M=\begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 0 & b & x \\ y & 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde *a, b, x, y* sunt numere reale.

Matricele de această formă, care au determinantul egal cu 1, se numesc matrice norocoasă. În acest caz, Alin câștigă jocul.

a) Cine câștigă jocul dacă *a* = 1, *b* = -1, *x* = 0, *y* = -1?

b) Fie $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ y & 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde *y* este număr real. Arătați că *A* este o matrice norocoasă.

c) Determinați valorile lui *a* și *b* care asigură victoria lui Alin, oricare ar fi alegerile făcute de Dan.

<u>Notă</u>: *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*